

STUDIUL UNOR PROIECȚII CARTOGRAFICE PE TERITORIUL REPUBLICII MOLDOVA

Ana VLASENCO, lect. sup., drd.

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: Uneori forma, direcția principală și suprafața teritoriilor unor țări duc spre utilizarea unui singur fus pentru anumite proiecții cartografice, la care linia centrală trebuie să coincidă cu direcția liniei de cea mai mare întindere a teritoriului, nu cu cea a meridianelor. Aceasta ar fi cazul proiecției cilindrice oblice Mercator prin aplicarea ei la reprezentarea teritoriului Republicii Moldova cu scopul reducerii deformațiilor în zonele marginale ale teritoriului.

Cuvinte cheie: proiecție cartografică, meridian axial, deformații liniare, sistem de coordonate.

1. Introducere

În general, hărțile topo – cadastrale existente în prezent pentru teritoriul Republicii Moldova, sunt întocmite în unul dintre sistemele de proiecție cartografică: UTM (Universal Transversal Mercator) pentru scări mici ($1:25\ 000 \div 1:500\ 000$) și TMM (Transversal Mercator pentru Moldova) pentru scări mari ($1:500 \div 1:10\ 000$). Unul dintre criteriile de bază în adoptarea unei proiecții cartografice pentru un anumit teritoriu este ca deformația liniară relativă să fie cât mai mică pentru zona geografică dată. Avînd la bază acest criteriu, în articolul de față se va prezenta proiecția oblică Mercator, ce se utilizează în lucrări topografice pentru teritorii întinse de-a lungul meridianelor pe latitudine, în scopul reducerii deformațiilor liniare amplasate simetric față de meridianul axial. Deci, în loc de meridianul luat drept linie centrală cu o anumită scară, ca și în una dintre aspectele proiecției Transversal Mercator, sau în loc de ecuator ce formează linia centrală pentru proiecția Mercator, să se ia linia orientată după un anumit azimut traversînd de-a lungul teritoriului, obținînd acel aspect caracteristic proiecției oblice Mercator.

2. Definirea sistemului de coordonate în proiecția oblică Mercator

Deoarece latura de cea mai mare întindere a teritoriului Republicii Moldova este de la nord-vest spre sud-est, atunci drept meridian axial poate fi folosită linia centrală ce trece oblic(înclinat) pe această direcție, ducînd la o repartizare a deformațiilor cât mai uniformă. În acest caz se utilizează linia centrală ce trece prin punctul central al proiecției situat tot pe această linie dat prin azimutul liniei date. Aceste condiții vor duce la reducerea deformațiilor în zonele marginale ale teritoriului, datorită îngustării fusului la $2^{\circ}30'$ (figura 1).

Originea normală pentru coordonatele (u,v) în proiecția oblică Mercator este aproximativ la intersecția liniei centrale cu ecuatorul Pămîntului. De fapt, aceasta are loc la intersecția liniei centrale cu ecuatorul al „aposferei”. Elipsoidul este proiectat conform pe această aposferă, apoi în plan.

Parametrii proiecției sunt stabiliți prin azimutul liniei centrale al punctului central ales($\varphi_c \lambda_c$) care sunt:

- latitudinea centrului de proiecție $\varphi_c = 47^{\circ}10'$
- longitudinea centrului de proiecție $\lambda_c = 28^{\circ}30'$
- azimutul (adevărat) al liniei centrale $\alpha_c = 339^{\circ}57'27.00''$
- unghiul de direcție al liniei centrale $\gamma_c = 338^{\circ}55'50.65''$
- factorul de scară al proiecției $k_c = 0,99998$
- coordonata falsă E al centrului proiecție $E_c = 2\ 200\ 000\ \text{m}$
- coordonata falsă N al centrului proiecției $N_c = -4\ 800\ 000\ \text{m}$

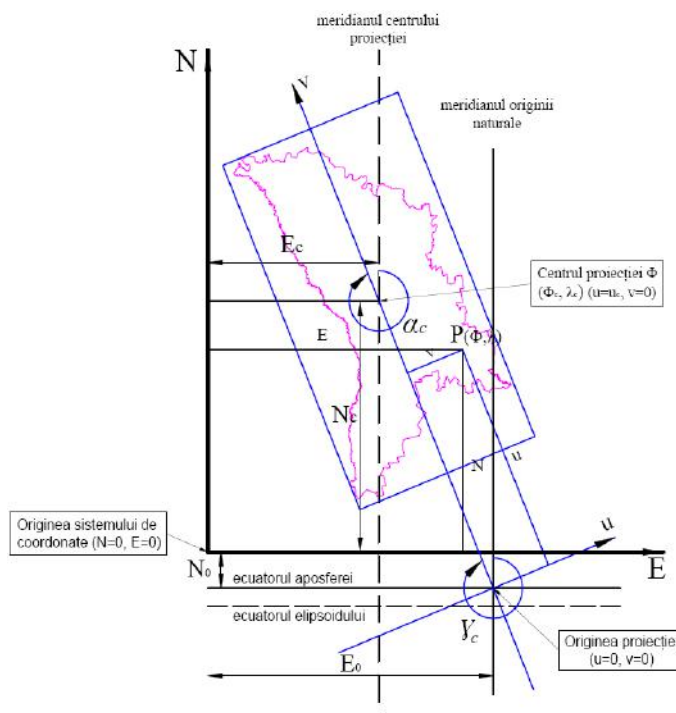


Figura 1. Sistemul de coordonate în proiecția oblică Mercator pe teritoriul Republicii Moldova

Calculul coordonatelor rectangulare plane, funcție de cele geodezice în proiecția oblică Mercator se efectuează cu ajutorul formulelor specifice acestei proiecții cu introducerea parametrilor stabiliți pentru teritoriul Republicii Moldova. Verificarea rezultatelor se poate face prin transformarea inversă ce va duce la o confirmare exactă.

Pe baza parametrilor stabiliți se determină următoarele constante ale proiecției:

$$\begin{aligned}
 B &= (1 + e^2 \cos^4(\varphi_c) / (1 - e^2))^{0.5}; \\
 A &= aB kc (1 - e^2)^{0.5} / (1 - e^2 \sin^2(\varphi_c)); \\
 t_0 &= \tan(\pi/4 - \varphi_c/2) / ((1 - e \sin(\varphi_c)) / (1 + e \sin(\varphi_c)))e/2; \\
 D &= B(1 - e^2)^{0.5} / (\cos(\varphi_c) (1 - e^2 \sin^2(\varphi_c))^{0.5}); \\
 F &= D + (D^2 - 1)^{0.5}; \\
 H &= F t_0^B; \\
 G &= (F - 1 / F) / 2; \\
 \gamma_0 &= a \sin(\sin(\alpha_c) / D); \\
 \lambda_0 &= \lambda_c - (a \sin(G \tan(\gamma_0))) / B.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Apoi se calculează coordonatele (u_c, v_c) pentru punctul central (φ_c, λ_c):

$$\begin{aligned}
 u_c &= (A/B) \operatorname{atan}((D^2 - 1)^{0.5} / \cos(\alpha_c)) \operatorname{SIGN}(\varphi_c); \\
 v_c &= 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Determinarea coordonatelor rectangulare plane (x, y), funcție de cele geodezice (φ, λ) a punctelor în proiecția oblică Mercator se efectuează cu ajutorul formulelor:

$$\begin{aligned}
 t &= \tan(\pi/4 - \varphi/2) / ((1 - e \sin(\varphi)) / (1 + e \sin(\varphi)))e/2; \\
 Q &= H / t^B; \\
 S &= (Q - 1 / Q) / 2; \\
 T &= (Q + 1 / Q) / 2; \\
 V &= \sin(B(\lambda - \lambda_0)); \\
 U &= (-V \cos(\gamma_0) + S \sin(\gamma_0)) / T; \\
 v &= A \ln((1 - U) / (1 + U)) / 2B; \\
 u' &= A \operatorname{atan}((S \cos(\gamma_0) + V \sin(\gamma_0)) / \cos(B(\lambda - \lambda_0))) / B; \\
 u &= u' - u_c;
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$N(x) = u \cos(\gamma_c) - v \sin(\gamma_c) + x_c;$$

$$E(y) = v \cos(\gamma_c) + u \sin(\gamma_c) + y_c.$$

Transformarea inversă, și anume determinarea coordonatelor (φ, λ) din (x, y) :

$$u' = (x - x_c) \cos(\gamma_c) + (y - y_c) \sin(\gamma_c) + u_c;$$

$$v' = (y - y_c) \cos(\gamma_c) - (x - x_c) \sin(\gamma_c);$$

$$Q' = e^{-(B v' / A)}, \text{ unde } e \text{ baza logaritmului natural};$$

$$S' = (Q' - 1 / Q') / 2;$$

$$T' = (Q' + 1 / Q') / 2;$$

$$V' = \sin(B u' / A);$$

$$U' = (V' \cos(\gamma_c) + S' \sin(\gamma_c)) / T';$$

$$t' = (H / ((1 + U') / (1 - U'))^{0.5})^{1/B};$$

(4)

$$c = \pi / 2 - 2 \operatorname{atan}(t');$$

$$\begin{aligned} \varphi &= c + \sin(2c) \cdot (e^2 / 2 + 5 e^4 / 24 + e^6 / 12 + 13 e^8 / 360) + \\ &\sin(4c) \cdot (7 e^4 / 48 + 29 e^6 / 240 + 811 e^8 / 11520) + \\ &\sin(6c) \cdot (7 e^6 / 120 + 81 e^8 / 1120) + \sin(8c) \cdot (4279 e^8 / 161280); \\ \lambda &= \lambda_0 - \operatorname{atan}((S' \cos(\gamma_c) - V' \sin(\gamma_c)) / \cos(B u' / A)) / B. \end{aligned}$$

În continuare se prezintă un exemplu de calcul a coordonatelor, în care s-a utilizat parametrii elipsoidului GRS 80 și corespunzător parametrii proiecției oblice Mercator stabiliți pentru teritoriul Republicii Moldova. Constantele proiecției vor fi:

$B =$	1.000719681	$H =$	1.003109903
$A =$	6384183.617	$G =$	1.076966178
$t_0 =$	0.394163927	$\gamma_0 =$	-0.235364244
$D =$	1.469644905	$\lambda_0 =$	0.756712553
$F =$	2.546611083		

Pentru $\varphi=48^\circ 23' 58,8568''$ și $\lambda=27^\circ 45' 37,8705''$ s-a obținut coordonatele rectangulare $E(y)=185345.256$ m, $N(x)=417297.501$ m.

3. Deformațiile pe teritoriul Republicii Moldova în proiecția oblică Mercator

Pentru proiecția oblică Mercator factorul de scară și deformațiile liniare sunt determinate după următoarele formule (Tabelul 1):

$$k = A \cos(Bu / A) (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} / \{a \cos \varphi \cos[B(\lambda - \lambda_0)]\} \quad (5)$$

$$D = (k - 1) 10^5 \text{ cm/km} \quad (6)$$

Deoarece s-a stabilit factorul de scară pe linia centrală ca fiind $k_0 = 0,99998$ (tabelul 1), atunci se produc deformații negative, pe linia centrală egale cu -2 cm/km. De aici rezultă, că avem două linii de deformație nulă situate de ambele părți al liniei centrale la o distanță de 40 km. Deci, vom avea deformații negative între aceste linii de deformație nulă, în rest vom avea deformații pozitive și vor crește odată cu depărtarea spre limitele teritoriului. În aceste condiții, deformațiile, la reprezentarea în plan a teritoriului Republicii Moldova, pot lua valori între -2 și $+8$ cm/km în comparație cu actuala proiecție TMM care are valorile deformațiilor cuprinse între -6 și $+16$ cm/km.

Tabelul 1 Calculul deformațiilor relative în proiecția oblică Mercator pe teritoriul R. Moldova

φ/λ	26°40′	27°00′	27°30′	28°00′	28°30′	29°00′	29°30′	30°00′	30°10′
48°30′	5,08	1,44	-1,58	-1,68	1,17	6,99	15,81	27,64	32,25
48°00′	9,37	4,55	-0,21	-1,99	-0,76	3,49	10,79	21,15	25,3
47°30′	14,67	8,65	2,12	-1,37	-1,8	0,85	6,6	15,47	19,12
47°10′	18,77	11,92	4,2	-0,44	-2	-0,44	4,26	12,12	15,45
47°00′	20,98	13,73	5,4	0,17	-1,95	-0,94	3,23	10,58	13,74
46°30′	28,3	19,8	9,64	2,63	-1,21	-1,86	0,7	6,49	9,14
46°00′	36,63	26,85	14,83	6,02	0,43	-1,92	-1	3,21	5,34
45°30′	45,96	34,89	20,98	10,33	2,96	-1,12	-1,87	0,72	2,33

În continuare, se prezintă grafic distribuția deformațiilor relative în funcție de distanța față de linia centrală în proiecția oblică Mercator (figura 2).

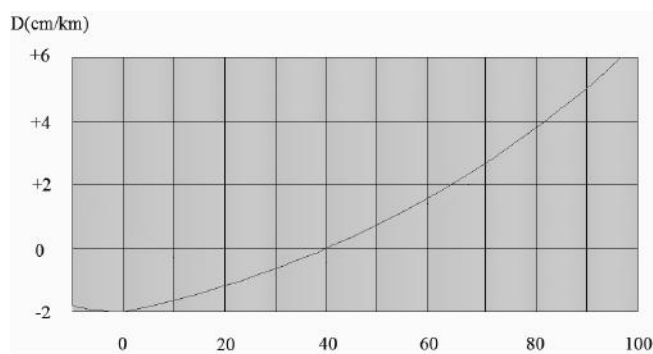


Figura 2. Diagrama deformațiilor liniare relative în proiecția oblică Mercator pe teritoriul R. Moldova

4. Concluzii

Cele mai bine utilizate sunt proiecțiile oblice, deoarece linia centrală oblică trece pe direcția sud-vest și nord-est întocmai cum este așezată Republica Moldova ceea ce va duce la un minim de deformații la marginile teritoriului. Proiecția oblică Mercator se caracterizează printr-o reducere a deformațiilor în zonele marginale ale teritoriului țării în jumătate față de deformațiile proiecției TMM (Transversal Mercator pentru Moldova) utilizată în prezent, și anume de la +16 cm/km la +8 cm/km.

Calculul coordonatelor rectangulare plane, funcție de cele geodezice în proiecția oblică Mercator se efectuează cu ajutorul formulelor specifice acestei proiecții cu introducerea parametrilor stabiliți pentru teritoriul Republicii Moldova.

În prezent există programe de specialitate de transformare a coordonatelor dintr-o proiecție în alta prin introducerea parametrilor proiecției date specifice teritoriului de reprezentat, fapt ce se execută rapid și cu o exactitate mare.

Bibliografie:

1. A.Vlasenco, V. Chiriac. *Cartografie matematică. Curs universitar*, -Chișinău.: Editura UTM, 2012, ISBN 978-9975-45-206-9
2. Munteanu C., Ovdii M. Republica Moldova în proiecția Gauss-Kruger, pe un fus nestandard, cu scara modificată. Conferința jubiliară, U.T.M. –Chișinău, 2000
3. Bollinger J. *Die projektionen der Schweizerischen Plan und Kartenwerke.* –Switzerland.: 1967
4. Series of Articles in numbers 62-66 of the Empire Survey Review of 1946 and 1947 by M. Hotine
5. John Parr Snyder. *Map Projections. A working Manual.* – Washington.: 1987 Alfred Leick. GPS Satellite Surveying. – New York.: 1990
6. Regulamentul cu privire la trecerea la sistemele de coordonate global și de referință și proiecțiile cartografice respective: ASRFC, -Chișinău, 2001