

## PRINCIPIILE INTERACȚIUNII CINEMATICE DINTRE ELEMENTE DE STRUCTURĂ ALE MEDIULUI MICRONEOMOGEN

*N. Sveatenco, dr.fiz.mat.*  
*Universitatea Tehnică a Moldovei*

### INTRODUCERE

Fiecare material omogen și izotrop la scară macroscopică poate fi reprezentat sub forma unui conglomerat compus dintr-un număr infinit de compoziții elementare ale particulelor materiale, care se grupează după un parametru comun, ce guvernează fenomenul considerat. Elementele de structură sau subelementele astfel construite posedă numai proprietăți elementare. Însă la nivel de conglomerat, în rezultatul interacțiunii dintre ele, se obține un spectru larg de proprietăți termomecanice, care totalmente lipsesc la nivel de subelemente. Relațiile cinematice ale mediului microneomogen în procesele de deformare ireversibile dau posibilitatea a trece de la starea microscopică la cea macroscopică la construirea ecuațiilor constitutive la nivel de conglomerat în baza legilor fizice locale.

### 1. RELAȚIILE CLASICE CARE STABILESC LEGĂTURA DINTRE STĂRILE MICRO ȘI MACRO

Agregatul policristalin la nivel macroscopic ( $V \geq V_0$ ) în starea inițială se consideră statistic omogen și izotrop. Un element minimal de volum  $V_0$  mărginit de suprafața  $S_0$ , care satisface această cerință, prezintă un macroelement al corpului policristalin. Conglomeratul  $V_0$ , este compus dintr-un număr finit sau infinit de elemente de structură sau subelemente, care la rândul lor cuprind un număr finit sau infinit de micropuncte materiale. Micropunctul material conține un număr suficient de mare de atomii întrucât concepția mediului continuu rămâne valabilă și la scară microscopică. Agregatul policristalin la nivel microscopic ( $V < V_0$ ) se consideră neomogen și anizotrop.

Mărimile notate prin  $\tilde{t}_{ij}$ ,  $\tilde{d}_{ij}$  sunt tensiunile și deformațiile în fiecare micropunct al domeniului  $V_0$ , iar  $t_{ij}$ ,  $d_{ij}$  sunt tensiunile și deformațiile la scară macroscopică.

La scara volumului  $V_0$  starea de tensiune – deformare este omogenă, iar în interiorul conglomeratului ( $V < V_0$ ) se observă o distribuție neomogenă a câmpurilor de tensiuni și deformații. La descrierea comportării neelastice a conglomeratului policristalin cea mai importantă este estimarea influenței dezvoltării neomogenității deformațiilor ireversibile în interiorul volumului  $V_0$  asupra relației macroscopice dintre tensiuni și deformații.

Trecerea de la tensiunile și deformațiile microscopice  $\tilde{t}_{ij}$ ,  $\tilde{d}_{ij}$  la tensiunile și deformațiile macroscopice  $t_{ij}$ ,  $d_{ij}$  se efectuează în baza ecuațiilor de echilibru și a relațiilor geometrice, care se satisface în fiecare micropunct în interiorul domeniului  $V_0$

$$\tilde{t}_{ij,j} + b_i = 0, \quad \tilde{d}_{ij} = \frac{1}{2}(\tilde{u}_{i,j} + \tilde{u}_{j,i}), \quad (1)$$

și condițiilor de omogenitate a tensiunilor și a deformațiilor pe suprafața conglomeratului  $S_0$

$$\tilde{u}_i|_{S_0} = u_i = d_{ij}x_j, \quad d_{ij} = \text{const}, \quad (2)$$

$$f_i^{(n)}|_{S_0} = t_{ij}n_j = \tilde{t}_{ij}n_j|_{S_0}, \quad t_{ij} = \text{const}, \quad (3)$$

unde  $\mathbf{f}(S_0)$  este forța de suprafață,  $\mathbf{u}(S_0)$  sunt deplasările pe suprafața conglomeratului  $S_0$ .

În baza ecuațiilor de echilibru și a relațiilor geometrice (1) se stabilește interconexiunea dintre mărimile microscopice luate în medie și analogele lor macroscopice, care figurează în condițiile la limită (2), (3). Luând în considerație expresiile (1) - (3) se obțin următoarele relații pentru valorile medii ale tensiunilor și deformațiilor

$$\langle \tilde{t}_{ij} \rangle = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \tilde{t}_{ij} dV, \quad t_{ij} = \langle \tilde{t}_{ij} \rangle, \quad (4)$$

$$\langle \tilde{d}_{ij} \rangle = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \tilde{d}_{ij} dV, \quad d_{ij} = \langle \tilde{d}_{ij} \rangle, \quad (5)$$

unde  $\langle \bullet \rangle$  este semnul de a lua media pe volumul  $V_0$ .

În baza legii întâi a termodinamicii și expresiilor (1) - (3) se poate deduce relația

$$t_{ij}d_{ij} = \left\langle \tilde{t}_{ij} \tilde{d}_{ij} \right\rangle = \frac{1}{V_0} \int \tilde{t}_{ij} \tilde{d}_{ij} dV, \quad (6)$$

care sub forma

$$\left\langle \tilde{t}_{ij} \right\rangle \left\langle \tilde{d}_{ij} \right\rangle = \left\langle \tilde{t}_{ij} \tilde{d}_{ij} \right\rangle. \quad (7)$$

poartă numele de teorema lui Hill [1].

Ecuatiile (1) - (6) sunt necesare, însă insuficiente pentru a determina relațiile dintre tensiunile  $t_{ij}$  și deformațiile  $d_{ij}$  macroscopice, dacă sunt date relațiile dintre cele microscopice  $\tilde{t}_{ij}$ ,  $\tilde{d}_{ij}$ . Pentru a obține un sistem complet de ecuații, în baza căruia s-ar putea deduce ecuațiile constitutive la nivel de conglomerat în baza ecuațiilor fizice locale sunt necesare la ecuațiile clasice ale mecanicii mediului deformabil și termodinamicii se adaugă principii suplimentare noi formulate de V. Marina [4-6]: principiul fluctuației tensiunilor și deformațiilor, precum și principiul de discordanță a măsurilor macroscopice cu analogiile lor microscopice potrivite.

## 2. SCHEME DE INTERACȚIUNE CINEMATICĂ DINTRE SUBELEMENTE ÎN CONGLOMERAT

Tensiunile  $\bar{t}_{ij}$  și deformațiile  $\bar{d}_{ij}$  la nivel de element de structură (subelement) de volum  $\bar{V}$  se definesc astfel

$$\bar{t}_{ij} = \left\langle \tilde{t}_{ij} \right\rangle_{\bar{V}}, \quad \bar{d}_{ij} = \left\langle \tilde{d}_{ij} \right\rangle_{\bar{V}}. \quad (8)$$

Prin urmare, prin  $\bar{t}_{ij}$ ,  $\bar{d}_{ij}$  se subînțeleg tensiunile și deformațiile medii în elementul de structură.

Tensorii deformațiilor  $d_{ij}$  al unui macroelement al corpului policristalin și  $\bar{d}_{ij}$  al subelementului descompunem în tensorii deformațiilor reversibile  $e_{ij}^*$ ,  $\bar{e}_{ij}^*$  și celor ireversibile  $p_{ij}^*$ ,  $\bar{p}_{ij}^*$ :

$$d_{ij} = e_{ij}^* + p_{ij}^*, \quad \bar{d}_{ij} = \bar{e}_{ij}^* + \bar{p}_{ij}^*. \quad (9)$$

Reprezentăm tensorii tensiunilor și deformațiilor generale, elastice, ireversibile sub formă de sumă deviatorilor și tensorilor sferici:

$$t_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma_0 \delta_{ij}, \quad d_{ij} = \varepsilon_{ij} + \varepsilon_0 \delta_{ij}, \quad (10)$$

$$e_{ij}^* = e_{ij} + e_0 \delta_{ij}, \quad p_{ij}^* = p_{ij} + p_0 \delta_{ij}, \quad (11)$$

$$\bar{d}_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij} + \bar{\varepsilon}_0 \delta_{ij}, \quad \bar{\varepsilon}_0 = \frac{1}{3} \bar{d}_{ii}, \quad (12)$$

$$\bar{e}_{ij}^* = \bar{e}_{ij} + \bar{e}_0 \delta_{ij}, \quad \bar{p}_{ij}^* = \bar{p}_{ij} + \bar{p}_0 \delta_{ij}, \quad (13)$$

atunci

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + p_{ij}, \quad \varepsilon_0 = e_0 + p_0, \quad (14)$$

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \bar{e}_{ij} + \bar{p}_{ij}, \quad \bar{\varepsilon}_0 = \bar{e}_0 + \bar{p}_0. \quad (15)$$

Modelele lui Voigt (1928) [9] sau Reuss (1929) [8] la stabilirea legităților de deformare a conglomeratului utilizează ipotezele despre egalitatea deformațiilor

$$\bar{d}_{ij} = \left\langle \tilde{d}_{ij} \right\rangle \quad (16)$$

sau a tensiunilor

$$\bar{t}_{ij} = \left\langle \tilde{t}_{ij} \right\rangle \quad (17)$$

ale tuturor subelementelor conglomeratului.

Luarea în considerație numai a neuniformității deformării sau a solicitării subelementelor reduc considerabil posibilitățile modelului structural al mediului, deoarece în toate materialele structural neomogene se întâlnesc concomitent neuniformități de distribuție și a tensiunilor și a deformațiilor. În cadrul acestor aproximări nu poate fi descrisă de pe poziții unice o serie de procese termomecanice.

Primul model, care a luat în considerație concomitent neuniformitatea deformării reversibile și ireversibile a subelementelor, a fost propus de Kröner (1958) [3]. Kröner s-a folosit de soluția problemelor de elasticitate pentru cazul, când mediul omogen infinit are incluziuni de material străin de formă sferică. Tensiunile și deformațiile în interiorul incluziunii se distribuie uniform, iar dincolo de limitele incluziunii ele sunt neuniforme. Matricea, în care se află incluziunea, are proprietățile medii ale tuturor elementelor structurii. Interacțiunea reală a numeroaselor elemente structurale între ele este înlocuită prin interacțiunea fiecărui element structural cu matricea.

La examinarea influenței interacțiunii luate în medie între grupele de cristale Kröner în consecință a obținut următoarea ecuație cinematică de legătură, care stabilește relația dintre fluctuațiile tensorilor tensiunilor și deformațiilor

$$\bar{t}_{ij} - t_{ij} = A_1 (\bar{d}_{nn} - d_{nn}) \delta_{ij} + 2A_2 (d_{ij} - \bar{d}_{ij}), \quad (18)$$

$$A_1 = \mu \frac{\lambda + 6\mu}{3\lambda + 8\mu}, \quad A_2 = \frac{\mu}{2} \frac{9\lambda + 14\mu}{3\lambda + 8\mu}. \quad (19)$$

unde  $\bar{t}_{ij}, \bar{d}_{ij}$  sunt componentele tensorilor tensiunilor și deformațiilor în diferite cristale;  $t_{ij}, d_{ij}$  sunt componentele tensorilor tensiunilor și deformațiilor macroscopice;  $\mu, \lambda$  sunt constantele de elasticitate macroscopice ale lui Lamé.

Având în vedere (10), (12) și notând (18) cu indici identici, obținem

$$\bar{\sigma}_0 - \sigma_0 = (3A_1 - 2A_2)(\bar{\varepsilon}_0 - \varepsilon_0). \quad (20)$$

Pentru materialele izotrop elastice și materialele cu rețeaua cristalină cubică  $\bar{K} = K$ :

$$\bar{\sigma}_0 = K\bar{\varepsilon}_0, \quad \sigma_0 = K\varepsilon_0, \quad (21)$$

unde modulul de compresibilitate volumică se exprimă prin constantele de elasticitate ale lui Lamé:  $K = 3\lambda + 2\mu$ .

Luând în considerație (20), (21), egalitatea (18) se obține sub forma:

$$\bar{\sigma}_0 = \sigma_0, \quad \bar{\varepsilon}_0 = \varepsilon_0, \quad (22)$$

$$\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij} = 2A_2(\varepsilon_{ij} - \bar{\varepsilon}_{ij}), \quad (23)$$

sau, având în vedere (22) în (18), aflăm

$$\bar{t}_{ij} - t_{ij} = 2A_2(d_{ij} - \bar{d}_{ij}). \quad (24)$$

Conform lui Hill [2] relațiile lui Kröner (22), (23) atribuie fazei exterioare o asemenea legătură izotropă medie, încât în realitate agregatul se dovedește a fi de așa natură, ca și cum creșterile deformațiilor lui totdeauna au fost pur elastice. Datorită acestui fapt nu se iau în considerație slăbirile bine pronunțate orientate ale legăturilor agregatului care a trecut deja în stare de curgere.

Se poate demonstra că

$$\langle \bar{t}_{ij} \dot{\bar{d}}_{ij} \rangle \leq t_{ij} \dot{d}_{ij}, \quad (25)$$

adică schema lui Kröner este în contradicție cu legea întâia a termodinamicii (energia sistemului de subelemente este mai mică decât energia conglomeratului), ceea ce este o consecință a ignorării influenței procesului de deformare ireversibilă asupra componentelor tensorilor sferici ai subelementelor și a posibilității de variație a schemei interacțiunii cinematice ca rezultat al acțiunii termomecanice.

În modelele structurale ale mediului relațiile de tipul (23) pentru prima dată au fost propuse de Kadașevici și Novojilov [7]

$$\sigma_{ij} - \bar{\sigma}_{ij} = D(\bar{p}_{ij} - p_{ij}), \quad (26)$$

unde  $D$  este o constantă a materialului, metodă de determinare a cărei nu este indicată. Consecințele ce rezultă din (26) nu s-au studiat. Faptul că relațiile (26) conțin numai mărimi deviatoare nu dă posibilitate să se efectueze analiza termodinamică a unor asemenea relații.

În lucrările [4-6] este formulat de V. Marina un principiu nou, care satisface nu numai legile termodinamicii, ci și ecuațiile de echilibru și relațiile geometrice ale mediului deformabil. În baza acestui principiu se stabilește schema interacțiunii cinematice dintre subelemente în conglomerat.

Pentru a formaliza comportarea elementului  $V_0$  cu microstructură recurgem inevitabil diferite schematizări ale interacțiunilor reale din conglomerat. Cea mai simplă metodă constă în selecția particulelor materiale după un parametru comun, care guvernează fenomenul considerat. În procese ireversibile selecția particulelor materiale în conglomerat de volum  $V_0$  mărginit de suprafața  $S_0$  se efectuează după tensorul deformațiilor ireversibile –  $\tilde{p}_{ij}$ .

Elementul macroscopic omogen și izotrop de volum  $V_0$  se consideră compus dintr-un număr infinit subelemente legate cinematic între ele și cu diferite proprietăți termoreologice. Fiecare subelement se identifică cu mulțimea tuturor particulelor materiale în interiorul conglomeratului  $V_0$ , care au tensor identic al deformațiilor ireversibile  $\bar{p}_{ij} = \tilde{p}_{ij}$ . Particulele aceluiși subelement pot avea diferite orientări și situații în spațiul conglomeratului. Este evident, că pornind de la selecția particulelor materiale după tensorul deformațiilor ireversibile, celelalte mărimi termomecanice variază de la o particulă materială la altă în subelementul dat. Proprietățile elastice ale subelementelor și ale elementului corpului se presupun identice.

Interacțiunile dintre două subelemente se formează prin intermediul interacțiunilor dintre particulele, care aparțin diferitelor subelemente. Prin urmare, interacțiunile dintre subelemente au un caracter nelocal. Este evident că nu toate detaliile interacțiunilor dintre particule influențează asupra comportării materialului la scară macroscopică.

Câmpurile aleatoare ale tensiunilor și deformațiilor vom reprezenta sub forma de sumă a așteptărilor matematice și fluctuațiilor:

$$\bar{t}_{ij} = t_{ij} + \Delta \bar{t}_{ij}, \quad \bar{d}_{ij} = d_{ij} + \Delta \bar{d}_{ij}, \quad (27)$$

unde conform (4) - (6)

$$\langle \Delta \bar{t}_{ij} \rangle = 0, \quad \langle \Delta \bar{d}_{ij} \rangle = 0, \quad (28)$$

$$\langle \Delta \bar{t}_{ij} \Delta \bar{d}_{ij} \rangle = 0. \quad (29)$$

Conform principiului general de interacțiune cinematică dintre subelemente în conglomerat se admite că fluctuațiile tensiunilor sunt funcții univoce ale fluctuațiilor deformațiilor [6]. Acest principiu nu este în contradicție cu (29) și se presupune valabil atât pentru procesele de deformare reversibile cât și pentru cele ireversibile. Într-o aproximație liniară avem:

$$\Delta \bar{t}_{ij} = A_{ijnm} \Delta \bar{d}_{nm}, \quad (30)$$

unde pentru materialele izotrope la scară macroscopică tensorul de ordinul al patrulea  $A_{ijnm}$  se consideră izotrop:

$$A_{ijnm} = B_0 \delta_{ij} \delta_{nm} - B I_{ijnm}, \quad (31)$$

$$I_{ijnm} = \frac{1}{2} (\delta_{in} \delta_{jm} + \delta_{im} \delta_{jn}). \quad (32)$$

Având în vedere (31)-(32) în (30), pentru  $\Delta \bar{t}_{ij}$  obținem:

$$\Delta \bar{t}_{ij} = B_0 \Delta \bar{d}_{nm} \delta_{ij} - B \Delta \bar{d}_{ij}. \quad (33)$$

Substituind (33) în (29), aflăm:

$$\langle B_0 (\Delta \bar{d}_{nm})^2 - B \Delta \bar{d}_{ij} \Delta \bar{d}_{ij} \rangle = 0. \quad (34)$$

Descompunem în expresiile (33), (34) fluctuațiile tensiunilor și deformațiilor în componente deviatoare și sferice:

$$\Delta \bar{t}_{ij} = \Delta \bar{\sigma}_{ij} + \Delta \bar{\sigma}_0 \delta_{ij}, \quad (35)$$

$$\Delta \bar{d}_{ij} = \Delta \bar{\varepsilon}_{ij} + \Delta \bar{\varepsilon}_0 \delta_{ij}. \quad (36)$$

În consecință obținem:

$$\Delta \bar{\sigma}_{ij} = -B \Delta \bar{\varepsilon}_{ij}, \quad (37)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_0 = (3B_0 - B) \Delta \bar{\varepsilon}_0, \quad (38)$$

$$\langle 3(3B_0 - B) (\Delta \bar{\varepsilon}_0)^2 - B \Delta \bar{\varepsilon}_{ij} \Delta \bar{\varepsilon}_{ij} \rangle = 0. \quad (39)$$

Întrucât subelementul de simetrie nu mai puțin de cea cubică sub acțiunea presiunii hidrostatice nu-și modifică forma, modulul de compresibilitate volumică mediu al policristalului monofazat  $K$  trebuie să fie egal cu valoarea  $\bar{K}$  măsurată pentru monocristal. Deoarece din (39) urmează că  $\Delta \bar{\varepsilon}_0 \neq 0$  pentru  $\Delta \bar{\varepsilon}_{ij} \neq 0$ , deci trebuie

să se presupună că din egalitățile (38) constanta  $B_0$  se determină în mod următor:

$$B_0 = \frac{B + K}{3}. \quad (40)$$

Pentru a completa sistemul ecuațiilor, care ar lega starea micro cu cea macro, trebuie în (39) să se admită că pentru subelementele de simetrie nu mai puțin de cea cubică fluctuațiile modului tensorului sferic al deformațiilor (tensiunilor) se exprimă nemijlocit prin fluctuațiile modului deviatorului deformațiilor (tensiunilor):

$$(\Delta \bar{\varepsilon}_0)^2 = \frac{B}{3K} \Delta \bar{\varepsilon}_{ij} \Delta \bar{\varepsilon}_{ij}. \quad (41)$$

Astfel, orice câmp neomogen al deviatorului deformațiilor (tensiunilor) este însoțit de un câmp neomogen al tensorului sferic al deformațiilor (tensiunilor). Spre exemplu, în condițiile forfecării pure la scară macroscopică componentele tensorului sferic al deformațiilor (tensiunilor) este nul. Însă din relația (41) rezultă că la scară microscopică în cazul acestui tip de solicitare componentele sferice ale tensorului deformațiilor (tensiunilor) sunt diferite de zero.

Prin urmare, sistemul de ecuații, care dă posibilitate să se afle relația dintre tensiunile și deformațiile macroscopice în baza relației dintre tensiunile și deformațiile microscopice, este determinat prin expresiile (28), (37), (41).

Ținând cont de relațiile (40) în (33), obținem principiul fluctuațiilor tensiunilor și deformațiilor în felul următor

$$\Delta \bar{t}_{ij} = -B \Delta \bar{d}_{ij} + (B + K) \Delta \bar{\varepsilon}_0 \delta_{ij}. \quad (42)$$

Substituind (36) în (41), aflăm:

$$(\Delta \bar{\varepsilon}_0)^2 = \frac{B}{3(B + K)} \Delta \bar{d}_{ij} \Delta \bar{d}_{ij}. \quad (43)$$

Schema generală de interacțiune cinematică dintre subelemente, care reflectă concomitent neomogenitatea decurgerii proceselor de deformare și solicitare în conglomerat, luând în considerație (43) în (42), obținem:

$$\Delta \bar{t}_{ij} = -B \Delta \bar{d}_{ij} + \alpha \sqrt{\frac{B(B + K)}{3}} \Delta \bar{d}_{mn} \Delta \bar{d}_{mn} \delta_{ij}, \quad (44)$$

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \text{dacă } \bar{d}_{mn} \bar{d}_{mn} > d_{pq} d_{pq} \\ -1, & \text{dacă } \bar{d}_{mn} \bar{d}_{mn} \leq d_{pq} d_{pq} \end{cases},$$

unde  $B$  este parametrul interior, care reflectă neomogenitatea decurgerii proceselor de deformare

și solicitare subelementelor în conglomerat;  $K$  este modulul de compresibilitate volumică.

Schema de interacțiune examinată a subelementelor (44) nu este în contradicție nu numai cu legea întâia a termodinamicii (6), ci și cu ecuațiile de compatibilitate a deformațiilor și cu ecuațiile de echilibru ale mediului continuu (1), de aceea poate fi folosită pentru a reflecta corect interacțiunea reală dintre elementele structurale.

Ținând cont de faptul că constantele de elasticitate ale subelementelor sunt identice, deformațiile reversibile se determină conform relațiilor următoare:

$$\bar{e}_{ij} = \frac{\bar{\sigma}_{ij}}{2G}, \quad e_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{2G}. \quad (45)$$

În cadrul modelului examinat se poate stabili legătura locală dintre deformațiile reversibile și ireversibile. Din această cauză să reprezentăm în (37) deviatorii deformațiilor sub formă de sumă componentelor reversibile și ireversibile conform (14), (15), și având în vedere (45), obținem:

$$\bar{e}_{ij} - e_{ij} = m(p_{ij} - \bar{p}_{ij}), \quad m = \frac{B}{B+2G}. \quad (46)$$

Prin urmare, fluctuațiile deviatorilor deformațiilor reversibile sunt proporționale cu fluctuațiile deviatorilor deformațiilor ireversibile, adică grație valorilor limită diferite ale componentelor deviatorilor deformațiilor elastice ale subelementelor apare distribuția neuniformă a deformațiilor ireversibile în sistemul de subelemente.

În ecuațiile fluctuațiilor deformațiilor reversibile și ireversibile figurează parametrul interior necunoscut  $m$ . Acest parametru se poate preciza în baza principiului discordanței măsurilor formulat de V. Marina [4-6].

## CONCLUZII

Este evident că la construirea ecuațiilor constitutive la scară macroscopică trebuie să se țină cont de caracterul microneomogen de deformare a materialelor utilizate în tehnică.

Neomogenitatea repartizării microtensiunilor și deformațiilor (44) nu contrazice principiilor termodinamicii și mecanicii mediilor continue deformabile, și de aceea principiul fluctuațiilor tensiunilor și deformațiilor reflectă corect interacțiunea reală dintre particule materiale din conglomerat.

În cadrul schemei de interacțiune cinematică dintre elemente de structură (46) se ia în considerație concomitent neuniformitatea deformării reversibile și ireversibile a subelementelor, ce dă posibilitate la descrierea comportării neelastice a mediului microneomogen să se estimeze influența dezvoltării neomogenității deformațiilor ireversibile în interiorul conglomeratului asupra relației macroscopice dintre tensiuni și deformații.

## Bibliografie

1. **Hill R.** On macroscopic measures of plastic work and deformation in microheterogeneous media.// *Journal of Mathematical Physics*, ISSN 0022-2488, pag.214, 1975.
2. **Hill R.** Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles.// *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol.1, Nr. 5, ISSN 0022-5096, pag.357-372, 1963.
3. **Kröner E.** Berechnung der elastischen Konstanten Vielkristalls aus der Konstanten des Einkristalls.// *Zeitschrift für Physik*, vol. 151, Nr.4, ISSN 0939-7922, pag. 504-518, 1958.
4. **Marina V.** Mnogoelementnaya model' sredy, opisyyvaiusshyaya peremennyye slojnyye neizotermicheskie processy nagruzhenia. // *Avtoreferat dis. doc.fiz.-mat., Institut mehaniki AN Ukrainy, Kiev, pag.3-31,1991.*
5. **Marina V.** The influence of the microheterogeneity on the metallic materials behavior during irreversible processes.// *Metallurgy and New Researches*, vol. II, Nr.3, ISSN 1221-5503, pag.50-61, 1994.
6. **Marina V.** The structural model of the polycrystalline aggregate in the reversible and irreversible processes.// *Metallurgy and New Researches*, vol. IV, Nr..4, ISSN 1221-5503, pag.37-51, 1996.
7. **Novojilov V.V., Kadaşevici Iu.I.** Micronapryajenia v konstruktionnyh materialah.// *Mashinostroenie. Leningrad*, pag. 223, 1990.
8. **Reuss A.** Berechnung der fließgrenze von mischkristallen of grund der plastizitätsbedingung fur einkristalle.// *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Berlin, vol.9, Nr.4, ISSN 0044-2267, pag.49-64, 1929.
9. **Voigt W.** Lehrbuch der Kristallphysik.// *Stuttgart: Teubner Verlaggesellschaft*, pag. 962, 1928.

**Recomandat spre publicare: 06.02.2013.**