SPIRALA LUI ARHIMEDE. GRAFICUL, APLICAȚII

Dorina BUCATARI, st. gr. IMZM 1510

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: *Printre curbele plane cercetate se evidențiază două tipuri de spirale: algebrice (spirala lui Arhimede, hiperbolică ș.a.) și pseudospirale (logaritmică, evolventa cercului ș.a.). În această lucrare, analizez spirala lui Arhimede, spirala hiperbolică și logaritmică, cercetez proprietățile acestor curbe plane și construiesc graficele lor. De asemenea, prezint aportul savanților în cercetarea curbelor plane. Spiralele au o largă aplicație în tehnică, industria constructoare de mașini, telecomunicații și în executarea lucrărilor de construcții și geodezice.*

Cuvinte cheie: *spirala Arhimede, spirala hiperbolică și logaritmică, graficele, aplicații*

Vestitul savant grec Arhimede (287-212 î. Hr.), născut la Siracuza, a ridicat matematica la un nou nivel. În lucrările sale, “Despre echilibrul planelor”, “Despre spirale”, “Despre conoizi și sferoizi“, acesta cercetează diferite figuri geometrice plane, diverse linii curbe plane, ariile și volumele corpurilor, obținute prin rotația curbelor. Arhimede este fondatorul mecanismelor inginerești ale epocii respective.

Spirala lui Arhimede(fig.1)este o curbă plană, definită ca locul geometric al punctelor care corespund pozițiilor în timp ale unui punct, ce se îndepărtează de un punct fix (numit origine) cu o viteză constantă de-a lungul unei drepte, care se rotește în jurul originii cu viteză unghiulară constantă.

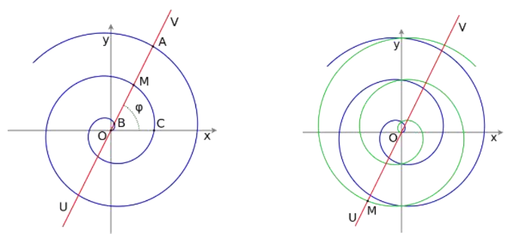

Figura 1. Spirala lui Arhimede

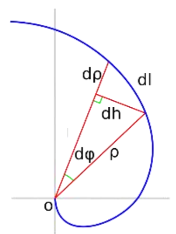

Figura 2. Calculul lungimii arcului spiralei lui Arhimede

În cadrul acestei spirale, aria sectorului OCM este:

$$S = \frac{1}{6}\varphi(\rho^2 + \rho\rho' + \rho'^2) \tag{1}$$

unde

ρ = OC, ρ' = OM, $\varphi = \sphericalangle$ COM

Pentru $\rho = 0$, $\rho' = a$, $\varphi = 2\pi$, primim aria figurii mărginite de prima spiră și segmentul CO

$$S_1 = \frac{1}{3}\pi a^2 = \frac{1}{3}S'_1 \tag{2}$$

unde S'_1 este aria cercului, raza căruia este egală cu pasul spiralei a.

Calculul lungimii arcului spiralei lui Arhimede

Lungimea primei spire:

$$dl = \sqrt{d\rho^2 + dh^2} \tag{3}$$

unde dρ reprezintă creșterea razei ρ la creșterea unghiului φ cu $d\varphi$.

Lungimea arcului L este egală cu integrala de la dl la $d\varphi$ în limitele de la 0 la φ:

$$L = \int_0^{\varphi} k\sqrt{1+\varphi^2}\, d\varphi \tag{4}$$

Spirala hiperbolică (fig.3)
Ecuații parametrice:

$$x = (a \cos t)/t,\ y = (a \sin t)/t,\ -\infty < t < 0 \text{ și } 0 < t < \infty \quad (5)$$

Curburile sunt compuse din două ramuri, amplasate simetric față de axa y.

Spirala logaritmică (fig.4)
Ecuații polare:

$$\rho = ae^{k\varphi},\ a > 0,\ -\infty < \varphi < +\infty \quad (6)$$

Conform spiralei logaritmice sunt aranjate nebuloasele galactice și cozile cometelor.

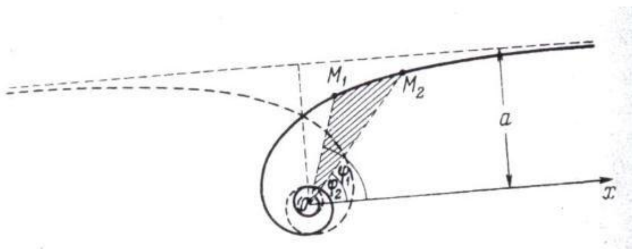

Figura 3. Spirala hiperbolică

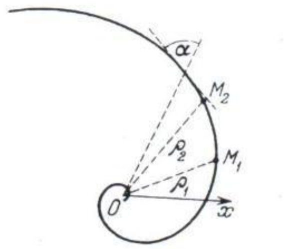

Figura 4. Spirala logaritmică

Aplicațiile spiralei lui Arhimede

În natură, în viața cotidiană, ne întîlnim foarte des cu spirale: semințele florilor, în particular la floarea-soarelui, ghimpii cactusului, structura ananasului, semințele conurilor de pin, torsiunea uraganelor, până și molecula ADN are forma unei duble spirale răsucite.

Arhimede a fost cel care a inventat șurubul de transmitere a apei de la sursă de alimentare spre canale de irigare.

Spirala vestitului savant are o largă aplicație în matematică, tehnică, arhitectură, industria constructoare de mașini, tehnică pentru obținerea maselor uniformizate, antene de telecomunicații, benzile audio și video de pe CD/DVD discuri și mecanisme pentru săpături geodezice.

Bibliografie:
1. Demidovici B.P *Analiza sistematică*,Știința, Moscova, 2003
2. M.M.Ciobanu, I.I.Valuța *Elemente de istorie a matematicii și matematica în Republica Moldova*,Chișinău, Academia de Științe a Moldovei, 2006
3. Берман Г.Н*Циклоида*, Москва, Наука 2004
4. Weisstein, Eric W. *Archimedes' spiral,* 2000